

Dalla natura al digitale

a cura del prof. Pasquale Cozza, insegnante di matematica, del Liceo Scientifico
“Pitagora” di Rende

“Dalla natura al digitale” rappresenta un percorso di apprendimento della geometria in laboratorio.

I concetti fondamentali del nucleo Spazio e Figure sono presentati in maniera originale e creativa, in particolare partendo dall'utilizzo della carta piegata (Origami), per fare modelli delle figure e per verificare loro proprietà, si arriva all'uso del Software di geometria dinamica con la Lavagna Interattiva Multimediale (LIM).

Gli argomenti trattati e i relativi strumenti e/o programmi al computer innovativi sono stati:

- costruzione di poligoni (origami, programma Geogebra)
- costruzione di curve (filo, spirografo, programmi Geogebra, Spirografo, Logo e Fractint)
- isometrie, fregi, rosoni e pavimentazioni (blocchi, origami, programmi TuxPain, Geogebra e Kali)
- aree (tangram, programma Tangram)

Tale percorso è solo una delle tematiche affrontate all'interno del corso PON “Matematica e nuove tecnologie” Codice B-1-FSE-2009-68 realizzato presso la Direzione Didattica Statale “G.Marchese” di Luzzi (CS)

Nell'intero corso sono stati rivisitati contenuti appartenenti a tutti i nuclei tematici, la metodologia privilegiata è stata quella laboratoriale, i mezzi utilizzati includono strumenti tipici della matematica, come riga e compasso, e strumenti innovativi come il software matematico e la LIM.

La geometria della carta piegata

La valenza artistica, creativa ed estetica dell'Origami, è ormai nota a tutti. Il Prof. di matematica Benedetto Scimemi dell'Università di Padova, illustrando i vantaggi del gioco per fare didattica, dice: *“...L'apporto educativo di giochi e passatempi basati sul piegare la carta è stato ampiamente riconosciuto dai pedagogisti, perchè si tratta di attività che richiedono un controllo simultaneo manuale ed intellettuale, ma lasciano grande spazio alla fantasia ed alla creatività....”*

Non altrettanto nota la sua applicazione in ambito matematico, soprattutto nell'ambiente scolastico, le cui potenzialità sono stata indagate in questo corso.

Mostrare l'interpretazione matematica delle regole di base della geometria della carta piegata ha permesso di rivedere i concetti base della geometria. Le attività pratiche che poi gli alunni hanno svolto, sono state ad esempio la costruzione di:

- un triangolo equilatero da un quadrato e da un rettangolo qualsiasi
- un quadrato da un rettangolo qualsiasi
- un esagono regolare da un rettangolo qualsiasi
- un pentagono regolare da un quadrato
- un ottagono regolare da un quadrato

e la verifica di alcune proprietà sui punti notevoli e sugli angoli di un triangolo.

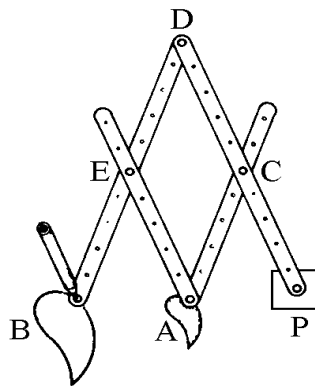
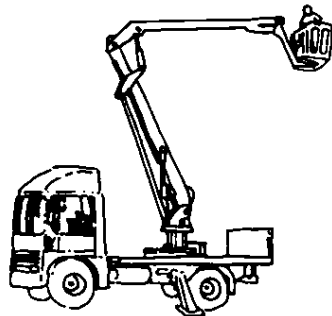
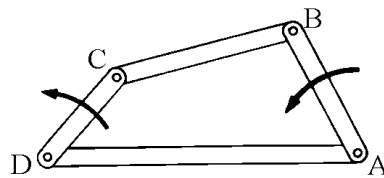
La costruzione con la carta di questi poligoni ha permesso di fare un confronto con le costruzioni riga e compasso degli stessi; per la realizzazione delle costruzioni riga e compasso è stato utilizzato il software gratuito di geometria dinamica Geogebra.

Oltre il compasso: la geometria delle curve

Oggetti geometrici per eccellenza, le curve giocano nell'immaginario matematico il ruolo delicato di una zona di confine dove confluiscono attività diverse e talora contrapposte. Esse rinviano al disegno, al progetto, al costruire, ma insieme simboleggiano il gesto e la bellezza; allo stesso tempo oggetti dell'immaginazione e strumenti della tecnica.

Oltre al compasso e alla carta piegata sono stati presentati una serie di strumenti per disegnare linee e curve, che illustrano le proprietà principali delle curve ottenute, e riproduzioni di meccanismi nel cui funzionamento queste proprietà entrano in maniera determinante.

Riportiamo ad esempio il quadrilatero articolato e due meccanismi sue applicazioni

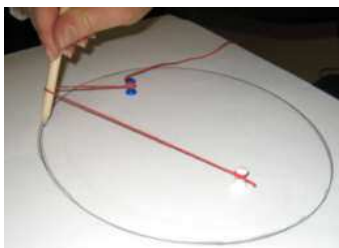


Pantografo

Il filo, lo spirografo, il pantografo e altri strumenti sono stati manovrati dagli alunni, che poi hanno anche fatto esperimenti al computer per visualizzare situazioni più complesse.

Molta curiosità ha suscitato l'uso dello spirografo è uno strumento che produce un tipo di curve chiamate ipotrocoidi ed epicicloidi, questo funziona inserendo la penna nei cerchietti dentellati che girando variano costantemente il rapporto di curvatura, creando bellissimi disegni geometrici.

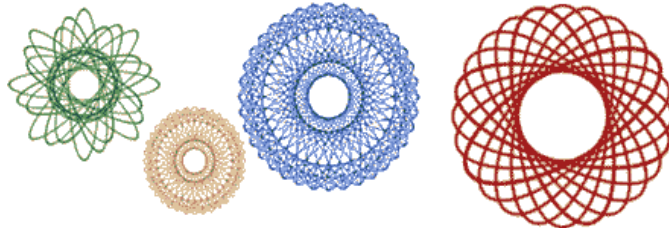
Di seguito le immagini degli alunni impegnati in alcuni lavoretti realizzati.



Esempio di ellisse con il filo: "L'ellisse del giardiniere"

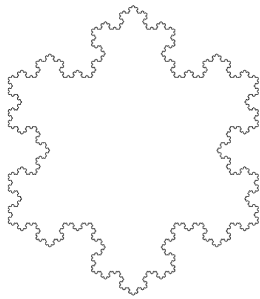


Spirografo

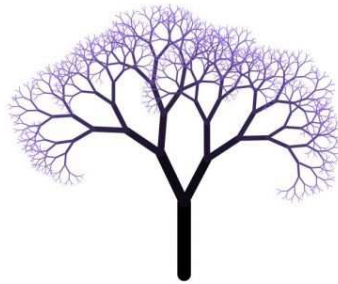


Ipotrocoidi ed epicicloidi realizzati con lo spirografo

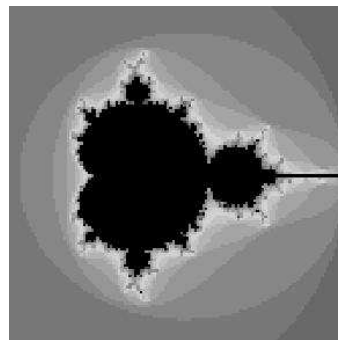
Forme realizzate al computer:



La Curva di Koch



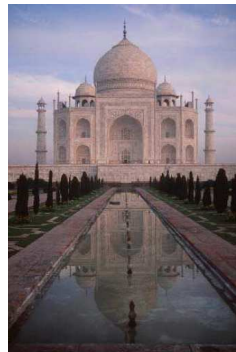
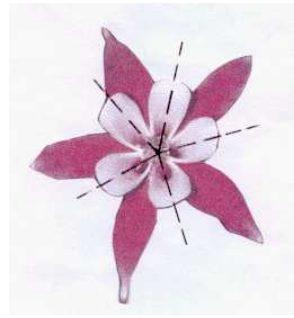
Albero - frattale



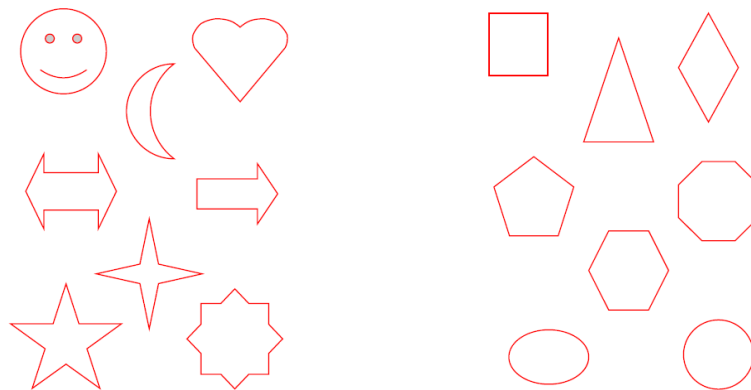
Frattale

Le isometrie

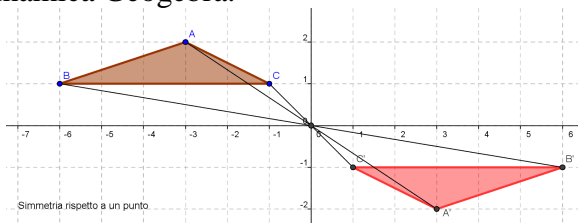
Visto che gli Origami utilizzano prevalentemente simmetrie si è ritenuto fondamentale approfondire le isometrie, di cui fanno parte. Le isometrie sono state presentate partendo dall'osservazione di immagini di oggetti della natura e di costruzioni dell'uomo, proiettati sulla LIM, dei quali gli alunni sono stati invitati a individuare simmetrie, rotazioni e traslazioni.



successivamente gli alunni sono stati impegnati nel disegnare e contare le simmetrie delle figure delle seguenti schede



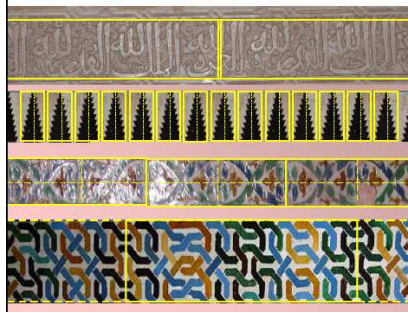
a realizzare figure simmetriche piegando e ritagliando fogli di carta e usando il software di geometria dinamica Geogebra.



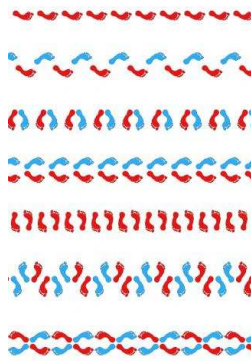
Simmetria rispetto a un punto

I fregi

Dopo aver introdotto il fregio, come un tipo di decorazione che si sviluppa in una sola direzione. Formata da una figura base che viene ripetuta un certo numero di volte per traslazione lineare. Sono state visionate strisce tratte da varie civiltà e di varie epoche. Dalla analisi di alcuni fregi gli alunni hanno scoperto che ci sono solo sette tipi di fregio ai quali si possono apportare delle variazioni.



Infatti anche se hanno cercato di combinare i diversi fregi e provato a idearne degli altri, hanno sperimentato e appreso che gli schemi fondamentali si ripetevano sempre.

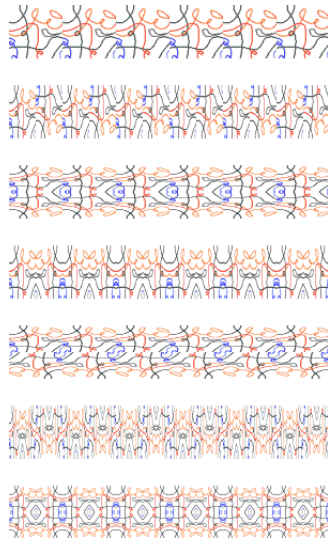


I 7 gruppi dei fregi

Durante questa sperimentazione gli alunni hanno disegnati dei fregi graziosi usando delle figure stampate su carta lucida e i numerosi timbri del programma di disegno TuxPaint combinando opportunamente le operazioni “capovolgi” e “ruota”.



Fregi più complessi sono stati realizzati, nella fase di consolidamento, utilizzando il programma Kali.

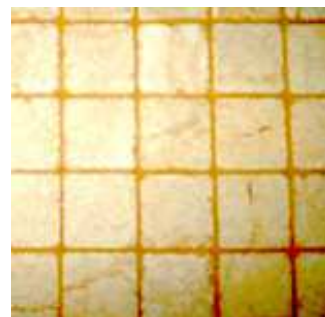


Sempre con la carta piegata sono stati realizzati alcuni tipi di fregi, in particolare quelli ottenuti mediante simmetria orizzontale e verticale, simmetria centrale e traslazione della figura base.

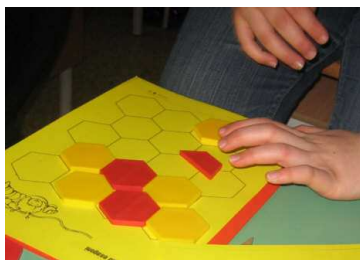


Le pavimentazioni (tassellazioni)

Il problema di pavimentare il piano è stato presentato analizzando esempi tratti dal mondo reale: i favi delle api, i pavimenti delle case,

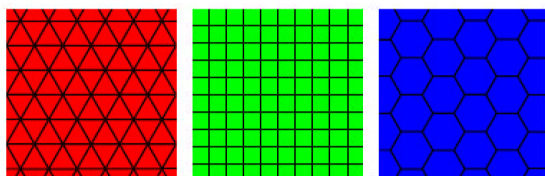


Abbiamo osservato che nelle tassellazioni più semplici tutti gli elementi sono uguali, ad esempio poligoni regolari, che ogni elemento aderisce perfettamente all'altro senza lasciare neanche il più piccolo spazio e che non c'è sovrapposizione tra gli elementi.

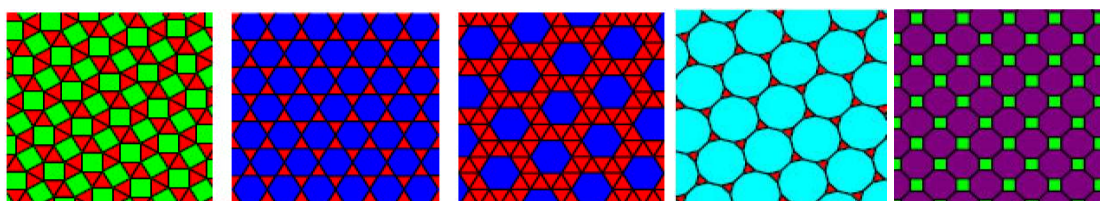


Sono state proposte inizialmente delle schede di lavoro guidato, per gli studenti, nelle quali si chiede di individuare le tassellazioni del piano tramite poligoni regolari, un solo tipo per volta, con l'obiettivo di far scoprire le uniche tassellazioni possibili.

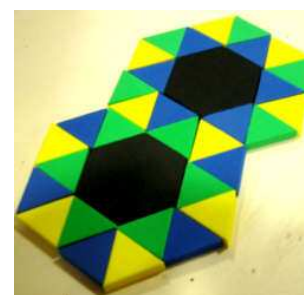
Gli alunni hanno avuto il compito di cercare le possibili tassellazioni utilizzando dei blocchi colorati e hanno sperimentato e concluso che solo il triangolo equilatero, il quadrato e l'esagono possono tassellare il piano.



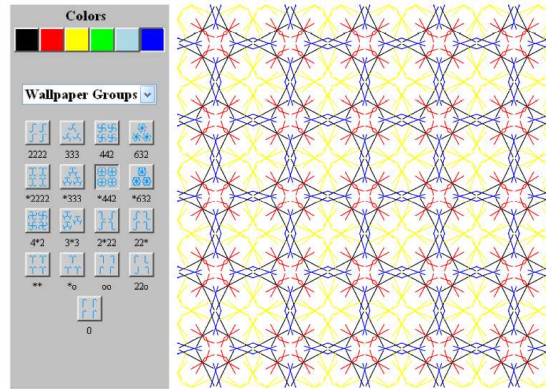
Tassellazioni possibili con un poligono regolare



Tassellazioni possibili con due poligoni regolari



Pavimentazioni con disegni più complessi sono stati realizzati, nella fase di consolidamento, utilizzando il programma Kali.



I rosoni

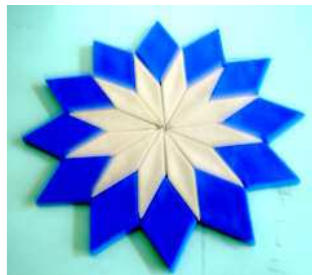
In modo analogo alla pavimentazioni è stata condotta la lezione sui rosoni, sono state visionate immagini di rosoni di varie civiltà e di varie epoche.



Rosone della chiesa di San Domenico - Cosenza

Dalla loro analisi gli alunni hanno concluso che i rosoni sono invarianti per simmetrie e rotazioni.

Gli alunni hanno costruito rosoni di notevole impatto estetico con il blocchi colorati

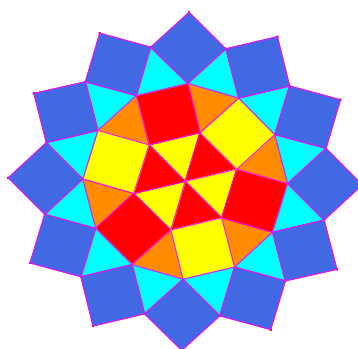


con la carta piegata

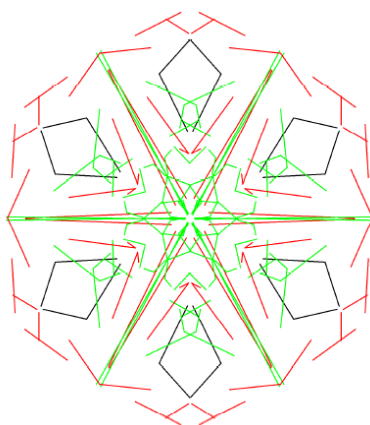


Rosone esagonale

con il programma Geogebra



e con il programma Kali.



e gli stessi hanno cercato le rotazioni e le simmetrie che lasciano invariata la figura

Il Tangram

L'argomento delle aree è stato affrontato utilizzando il Tangram, che ha grandi potenzialità in campo didattico, in quanto stimola la fantasia e la creatività dei più piccoli, che lo adoperano per divertirsi a creare molte figure.



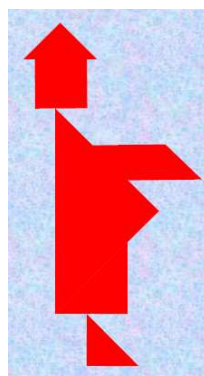
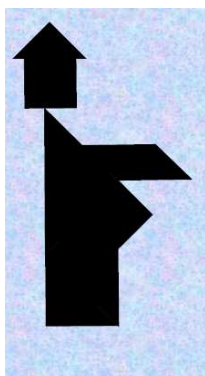
Tangram

Nella prima fase ogni alunno ha costruito un Tangram utilizzando le regole della geometria della carta piegata, che hanno poi utilizzato per determinare le relazioni tra le aree delle varie figure che lo compongono.

Per finire gli alunni hanno dato sfogo alla loro creatività realizzando figure di animali e cose con il vincolo di "avere la stessa area", ovvero bisogna usare sempre obbligatoriamente tutti e sette i pezzi. Con il tangram è possibile creare cose sorprendenti partendo da cose semplici se si usa la fantasia.

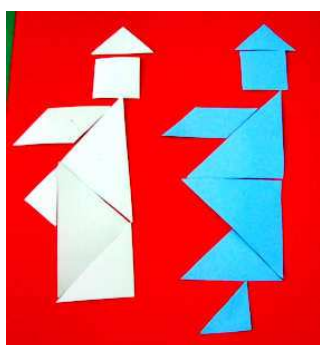


Il caso delle due figure seguenti, dove apparentemente sembra che siano costruite da un numero diverso di pezzi, ha suscitato interessanti discussioni.



Tangram e il paradosso del monaco Zen

alla fine il paradosso è stato risolto



Soluzione del paradosso

Sitografia

La bussola per il docente - Software gratuiti e risorse online per la didattica laboratoriale - Pasquale Cozza e Rosa Marincola

<http://www.matematicamente.it/shop/cozza-marincola-bussola-docente/cozza-marincola-bussola-docente-ordine.html>

Origami: Geometria con la carta di Paolo Bascetta, 1998 <http://www.origami-cdo.it/articoli/artgeo.htm>

La Geometria degli origami - La forza degli origami di Liz Newton (traduzione a cura di Marco Crespi) versione originale su Plus Magazine.

<http://matematica.unibocconi.it/articoli/la-geometria-degli-origami>

Divisioni del foglio: <http://www.origami-cdo.it/articoli/divisioni.htm>

Geogebra www.geogebra.org

TuxPaint <http://www.tuxpaint.org>

Linguaggio Logo versione in italiano <http://www.scmat.it/logo>

Fractint <http://www.fractint.org>

Tangram

http://www.tiziana1.it/softw_free.htm

<http://www.freedownloadscenter.com/Best/freetangram.html>

Oltre il compasso: la geometria delle curve

<http://php.math.unifi.it/archimede/archimede/curve/geocurve.php>

Spirografo

<http://www.mascologiuseppe.com/coseanni70/oggett70.html>

Le tassellature di Lucio Saffaro

<http://www.angelusnovus.it/catalogo/saffaro.htm>

Kali, un programma per visualizzare le simmetrie delle figure finite del piano, dei fregi e delle carte da parati.

<http://www.geom.uiuc.edu/java/Kali/>

<http://www.geom.uiuc.edu/java/Kali/program.html>

Dalla tassellatura del piano alla pavimentazione di spazi urbani, un articolo di Judith Flagg Moran e Kim Williams

<http://matematica.uni-bocconi.it/tassellatura1/tracce.htm>